

群馬高専体験授業 「点と線による数学」

担当： 一般教科（自然科学） 藤田慎也

<授業のねらい>

この授業では、ややこしい数式は一切使いません。使うのは、基本的に「点」とそれを結ぶ「線」だけで、点と線だけで作られる驚くほど複雑で面白い数理構造を感じとってもらうことがこの授業の目的です。

<授業の流れ>

- 0 . 自己紹介、まずは握手から
- 1 . ラムゼーゲーム
- 2 . 握手の定理
- 3 . 証明すること 背理法って何？
- 4 . 握手の定理の証明
- 5 . 友達の輪 ハミルトン閉路を作ってみよう！

0 . 自己紹介、まずは握手から

皆さん、立ち上がって何人かの人と握手してみてください。

握手をした人の顔と**握手した回数を覚えて下さい。**

あなたの握手した回数を右に記入して下さい。

あなたの握手した回数は

_____回

1 . ラムゼーゲーム

別紙「ラムゼーゲーム」のプリントを使ってラムゼーゲームを紹介します。

2 . 握手の定理

定理の内容は授業中に紹介します。紹介したら定理の内容を下の欄に記入しましょう。

握手の定理 『

3 . 証明すること 背理法って何？

「何々は何々である」というような文章のことを**命題**と言います。命題自身は正しくても正しくなくても良いので、例えば「1足す1は2である」というのも「1足す1は3である」というのも命題です（前者は正しい命題で、後者は正しくない命題です）。証明された**正しい命題のことを定理と呼びます**。

数学の定理を証明するときに背理法という証明手法があります。これは簡単に言うと、定理の結論部分を否定することを仮定しておいて議論を進め、最終的に矛盾を導いて定理の主張が正しいことを示すという証明手法です。でも、こんな説明では分かりづらいと思うので、例を挙げながら背理法の考え方を説明します。実は私たちは日常生活でも無意識のうちに背理法を使って考えていることがあるのです。

例えば、世界に一つしかない花をAさんかBさんが持っているとして仮定したときに、次の命題は正しいですね？

命題「もしもAさんが世界に一つしかない花を持っていたら、Bさんはその花を持っていない」

この命題が正しいことの証明は簡単でしょう。だって、Bさんがその花を持っていたとしたら、「Aさんがその花を持っている」という仮定か、「世界に一つしかない花」という仮定に矛盾してしまうのですから！

実は背理法を使うと、次のような数学的真理が証明出来ます。

定理「素数は無限に多く存在する」

授業でこの定理の証明を解説したら下のノート欄に証明を書いてみましょう。

-----ノート-----

4 . 握手の定理の証明

授業でこの定理の証明を解説します。下のノート欄に証明を書いてみましょう。

-----ノート-----

5 . 友達の輪 ハミルトン閉路を作ってみよう！

授業の最初で握手した人たちの顔を覚えてもらいましたが、それでは握手したひと同士で手をつないで、なるべく大きな友達の「輪」を作ってみてください。参加者全員で一つの大きな輪が出来るといいのですが……。参加者全員で手をつないで出来る大きな輪のことをハミルトン閉路と呼ぶことにします。ここで問題です。

問題「一人あたり最低何回握手しておけば、必ずハミルトン閉路が作れるでしょうか？また、その回数より1回でも少ない場合はどんな場合にハミルトン閉路が作れないことがあるのでしょうか？」

-----ノート-----